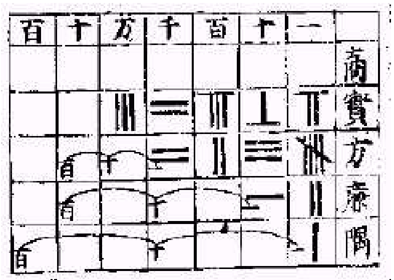
江戸時代のコンピュータ　～算木と算盤（さんばん）～

練成中学校　永井信一

和算（江戸時代の日本の数学）が静かなブームとなっている。数学教育（明治図書），数学文化（日本評論社）などでも紹介記事が増えている。私自身も算額の問題を授業に取り入れようと考えて，いくつかの算額を調べたが思いのほか難易度が高く，中学生には塵劫記などの問題の方が適切であると感じるようになった。実際，WEB ページで公開している算額は解くのに１か月以上を要したものである。しかも三角関数を利用して解いたものであり，最終的な形は算額の術文と一致したが，途中の考え方はおそらくまったく異なるものであろう。

和算家の考え方を知ることは一般に困難である，算額や和算書には解法は書かれていてもなぜそれで正しい答えが出るのかは記述されていないからである。今回，和算家の方程式の解き方である天元術を調べ，算木を利用した高次方程式を解き方が少しわかったので簡単にレポートする。算木の解説書はいくつかあるが，考え方はホーナーの方法と同様との記述が多く，算木の動かし方に疑問も残った。直接和算書を読むことで解釈を考えてみた。まさに，和算家にとって算木は現在のコンピュータのようなものだったのである。

＜資料＞・・・和算の館，東北大学図書館（和算ポータル）などからダウンロード可能
　「算法天元指南」　元禄１１年（１６９８年）
　　沢口一之の弟子佐藤茂春が初心者向けに天元術を解説したもの。

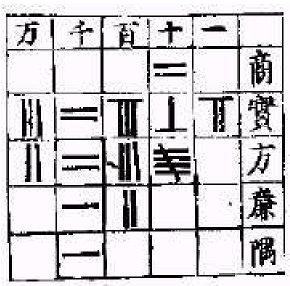


開方和解図式（かいほうのわげづしき）

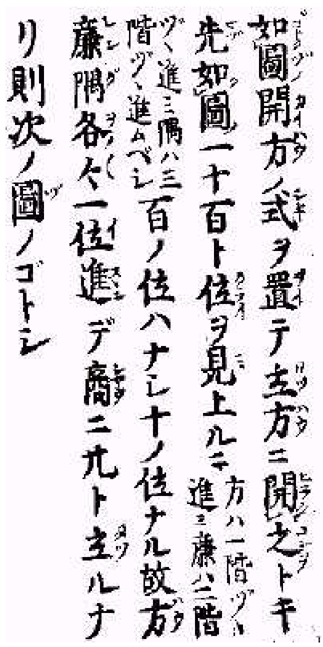
$$x^3+12x^2-2234x+32867=0$$

商（しょう）・・・解
實（じつ）・・・定数項　　　方（ほう）・・・１次の係数
廉（れん）・・・２次の係数　　隅（ぐ）　・・・３次の係数

算木の斜線は負の数を表す。（本物の算木は正が赤，負が黒）



図のように方程式を置いて、この３次方程式を解くとき図のように一の位、十の位、百の位と上がっていくと、(「方」は１桁ずつ、「廉」は２桁ずつ、「隅」は３桁ずつ進む)
　解の百の位はなく、十の位から始まるので、「方」「廉」「隅」はそれぞれ１回進んで、「商」に２と立てる。


如圖開方ノ式ヲ置テ立方ニ開之トキ先如圖一十百ト位ヲ見上ルニ方ハ一階ヅヽ進ミ廉ハ二階ヅヽ進ミ隅ハ三階ヅヽ進ムベシ百ノ位ハナシ十ノ位ナル故方廉隅各々一位進デ商ニ二ト立ルナリ則次ノ圖ノゴトシ

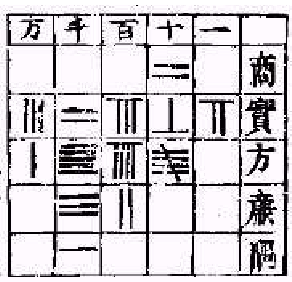
なぜこのように方，廉，隅の算木を動かすのか？

この方程式の解を２桁と推測していることがポイントである。
この解を１０分の１倍した解を持つ方程式を考える，
すなわち　x=10X　　と置き換えてみよう。

$$(10X)^3+12(10X)^2-2234(10X)+32867=0$$

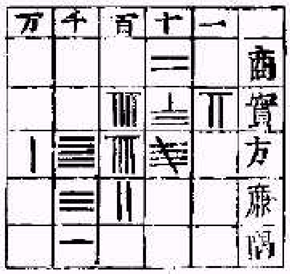
$$1000X^3+1200X^2-22340X+32867=0$$

このように考えて，解を１桁の数に直したのではないか。
これで算盤上の算木の配置と一致する。



さて、「隅」の１と「商」の２をかけて、
２×１＝２を「廉」に加え、
(「隅」も正、「廉」も正で同符合なので加える)
「廉」は３２となる。
また、この「廉」の３と「商」の２を掛けて、
３×２＝６を「方」から引き、
「廉」の２と「商」の２を掛けて，
２×２＝４を「方」から引き，
(「廉」は正、「方」は負で異符号なので引く)
「方」は１５９４０となる。

扨隅ノ千ト商ノ九ト掛合ニ二一ノ二千ヲ廉ニ加ヘ（隅モ正算廉モ正算ニテ同名ナル故加フルナリ）廉三千二百トナルナリ又此廉ノ三千ト商ノ九ト掛合ニ三二ノ六千方ヲ減ジ又廉ノ二百ト商ノ九ト掛合ニ二二ノ四百方ヲ減ジ（廉ハ正算方ハ負算ニテ異名ナル故減ズルナリ）方一万五千九百四拾トナルナリ則次ノ圖ニシルス



さて、「方」の１と「商」の２を掛けて，
１×２＝２を「實」から引き，
また，「方」の５と「商」の２を掛けて，
５×２＝１０を「實」から引き，
また，「方」の９と「商」の２を掛けて，
９×２＝１８を「實」から引き，
また，「方」の４と「商」の２を掛けて，
４×２＝８を「實」から引き，
(「方」は負、「實」は正で異符号なので引く)
「實」は９８７となる。

扨方ノ一万ト商ノ九ト掛合ニ二一ノ二万實ヲ減ジ又方ノ五千ト商ノ九ト掛合ニ二五ノ一万實ヲ減ジ又方ノ九百ト商ノ九ト掛合ニ二九ノ千八百實ヲ減ジ又方ノ四拾ト商ノ九ト掛合ニ二四ノ八拾實ヲ減ジ（方ハ負算實ハ正算ニテ異名ナル故減ズルナリ）實ニ九百八拾七余ルナリ則次ノ圖ニシルス

組立除法の計算

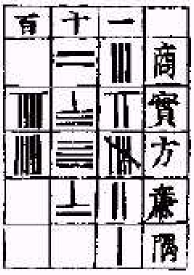
１０００	１２００	－２２３４０	３２８６７	2
	２０００	６４００	－３１８８０	
１０００	３２００	－１５９４０	９８７	

組み立て除法の計算を繰り返す

１０００	１２００	－２２３４０	３２８６７	2
	２０００	６４００	－３１８８０	
１０００	３２００	－１５９４０	９８７	
	２０００	１０４００		
１０００	５２００	－５５４０		
	２０００			
１０００	７２００			

$$1000X^3+1200X^2-22340X+32867=0$$

$$1000(X-2)^3+7200(X-2)^2-5540(X-2)+987=0$$



　また、「隅」の１　と「商」の２　を掛けて、２×１＝２　を「廉」に加え、
（「隅」も正、「廉」も正で同符号なので加える）
「廉」は５２００となる。

また、この「廉」の５と「商」の２を掛けて、５×２=１０を引き、
また、この「廉」の２と「商」の２　を掛けて、２×２=4を引き、
（「廉」は正、「方」は負で異符号なので引く）
「法」は５５４０となる。

また「隅」の１と「商」の２を掛けて、
　２×１=２　を「廉」に加え、
（「隅」も正、「廉」も正で同符号なので加える）
「廉」は７２００となる。

　さて、「方」「廉」「隅」それぞれ１回ずつ右に移動し(「方」は１桁ずつ、「廉」は２桁ずつ、「隅」は３桁ずつ移動する）

　商に3と立てる。

又隅ノ一千ト商ノ廿ト掛合一二ノ二千ヲ廉ニ加ヘ隅モ正算廉モ正算ニテ同名ナル故加ルナリ廉五千二百トナルナリ又此廉ノ五千ト商ノ廿ト掛合五二ノ一万方ヲ減ジ又廉ノ二百ト商ノ廿ト掛合二二ノ四百方ヲ減ジ廉ハ正算方ハ負算ニテ異名ナル故減ズルナリ方五千五百四拾トナルナリ又隅ノ一千ト商ノ廿ト掛合一二ノ二千ヲ廉ニ加ヘ隅モ正算廉モ正算ニテ同名ナル故加ルナリ廉七千二百トナルナリ扨方廉隅各ヾ一位ヅヽ退ヲ方ハ一階ヅヽ退キ廉ハ二階ヅヽ退キ隅ハ三階ヅヽ退クナリ商ニ三ト立ルナリ則次ノ圖ニシルス

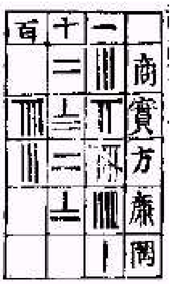
なぜこのように方，廉，隅の算木を動かすのか？

　この方程式の解の十の位は２であることがわかったので、
　一の位を求めるために、この解を１０倍した解を持つ方程式を考える，　すなわち Y=10（X-2）　と置き換えてみよう。

$$1000(X-2)^3+7200(X-2)^2-5540(X-2)+987=0$$

$$Y^3+72Y^2-554Y+987=0$$

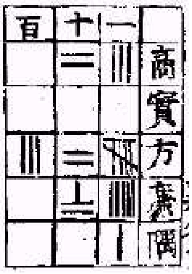
。
　これで算盤上の算木の配置と一致する。



「隅」の１と「商」の３を掛けて、３×１=３を「廉」に加えて、
(「隅」も正、「廉」も正で同符合なので加える)
「廉」は７５となる。
また、この「廉」の７と「商」の３を掛けて、
　７×３=２１を「方」から引き、
また、この「廉」の５と「商」の３を掛けて、
　５×３=１５を「方」から引き、
(「廉」は正、「方」は負で異符号なので引く)
「方」は３２９となる。

扨隅ノ一ト商ノ三ト掛合一三ノ三ヲ廉ニ加ヘ隅モ正算廉モ正算ニテ同名ナル故加ルナリ廉七拾五トナルナリ又此廉ノ七拾ト商ノ三ト掛合七三ノ二百拾方ヲ減ジ又廉ノ五ト商ノ三ト掛合五三ノ拾五方ヲ減ジ廉ハ正算方ハ負算ニテ異名ナル故減ズルナリ方三百廿九トナルナリ則次ノ圖ニシルス

初方ノ三百ト商ノ三ト掛合三三ノ九百實ヲ
減ジ又方ノ廿ト商ノ三ト掛合二三ノ六拾實ヲ
減ジ又方ノ九ト商ノ三ト掛合三九ノ廿七實ヲ
減ジ拂ナリ方ハ負算實ハ正算ニテ異名ナル故減ズルナリ則次ノ圖ニシルス
畢竟實盡テ商ニ廿三ヲ得ルナリ



さて、「方」の３と「商」の３を掛けて、
３×３=9を「實」から引き、
また、「方」の２と「商」の３を掛けて、
３×２=6を「實」から引き、
また、「方」の９と「商」の３を掛けて、
９×３=２７を「實」から引き、0になる。
(「方」は負、「實」は正で異符号なので引く)

このように實はなくなったので、商に２３を得る。

1	７２	－５５４	９８７
	3	２２５	－９８７
1	７５	－３２９	0

3

この３次方程式の解は　２３，　２４．１５６３…，　－５９．１５６３…　であるが，この和算書には２３のみ書かれている。実際には他の解もこの方法で求めることができる。表計算ソフトを使えばこの方法を簡単に再現することができる。やってみて気づいたことだが，１桁ずつ求める方法は，ホーナーの方法と同じ考え方であるが，算木を使う場合に多くの０を表示したり、考えなくても算木を横にずらすだけで計算が実行できるので和算家の工夫が感じられる。